**Matrices et opérations**

**Objectif(s)**

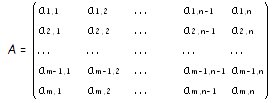
Donner les définitions définitives concernant les matrices.  
Définir les opérations sur les matrices.

[Cours particuliers de Mathématiques niveau Lycée](https://www.livementor.com/cours-particuliers/Lycee/Mathematiques?widget=nov15&utm_source=http://www.cours.fr/)

**1. Définitions, vocabulaires et notations**

a. Définition 1 : matrice

Soit (*m*, *n*) un couple d’entiers naturels non nuls.  
  
On appelle **matrice de dimension *m* × *n*** (on ne calcule pas la valeur de ce produit ) ou **de format (*m* ; *n*)**, tout tableau rectangulaire de ***m*** × ***n*** nombres, appelés **coefficients de la matrice**.  
Ces coefficients sont disposés sur *m* lignes et *n* colonnes.

On note une matrice par une lettre majuscule et ses coefficients par la même lettre minuscule à laquelle on affecte deux indices, le premier représentant le numéro de la ligne et le second représentant le numéro de la colonne.  
Par exemple, on écrit :  
  
  
  
On peut aussi écrire : *A* = (*ai*,*j*) avec (*i*,*j*) couple d’entiers vérifiant 1 ≤ *i* ≤ *m* et 1 ≤ *j* ≤ *n*.  
  
Le **coefficient général *ai*,*j*** est le nombre situé à l**’intersection de la *i-ième* ligne et la *j*-ième colonne**.

b. Définition 2 : matrices particulières

• **La** **matrice nulle** est la matrice dont tous les coefficients sont nuls. On la note **0.**  
  
• La matrice (*ai*,1, *ai*,2, …, *ai*,*n*) est la **matrice ligne** de rang *i* de la matrice *A* ; on l’appelle encore **vecteur ligne de rang** ***i***.  
  
• La **matrice colonne** de rang *j* de la matrice *A* est aussi appelée **vecteur colonne de rang** ***j***.  
  
On la note :http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/5/402562.gif.

c. Définition 3 : égalité de deux matrices

On dit que deux matrices ***A*** **et *B* sont égales** lorsqu’elles ont **la même dimension** et pour tout couple (*i*, *j*), on dispose de l’égalité ***ai*,*j* = *bi,*j**. Ainsi, on note *A* = *B*.

***Remarque***  
Si ***A* et *B* ne sont pas égales** alors soit elles n’ont pas la même dimension soit il existe un couple (*i*,*j*) pour lequel *ai*,*j* ≠ *bi*,*j*. On note *A* ≠ *B*.

**2. Addiction matricielle : multiplication d'une matrice par un nombre**

a. Addition de deux matrices

Pour tout couple (*A*, *B*) de matrices de même dimension *m* × *n*, on appelle **addition ou somme de *A* et de *B***, et l’on note ***A* + *B*,** la matrice *S* de dimension *m* × *n* vérifiant *si*,*j* = *ai*,*j* + *bi*,*j*, pour tout couple (*i* ; *j*) tels que 1 ≤ *i* ≤ *m* et 1 ≤ *j* ≤ *n*.

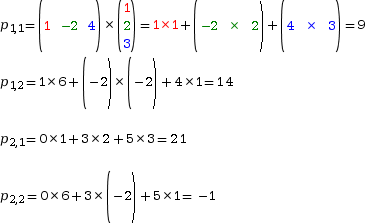
***Remarque***  
*A* + *B* = *B* + *A*.

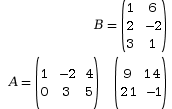
b. Multiplication d'une matrice par un nombre

Soit *A* une matrice de dimension *m* × *n*.  
Pour tout réel *k*, **la matrice de coefficient général *k* × *ai*,***j* est la matrice dont tous les **coefficients de la matrice *A*** ont été **multipliés par le nombre *k***.  
Cette nouvelle matrice est de dimension *m* × *n* et on la note ***kA***.

Exemple :  
  
Soient http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/5/402564.gif.  
  
Calculer *C* = *A* + *2B*.  
  
http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/5/402566.gif  
  
***Remarque***  
*A* + (–1)*B* se note *A* – *B* et *B* + (–*B*) = 0.

**3. Multiplication de deux matrices**

Cette opération est un peu plus compliquée à définir.  
On va donc commencer par deux exemples formateurs.  
  
• Exemple 1 :  
  
Soient http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/5/402570.gif. *A* est de dimension 1 × 2 et *B*, de dimension 2 × 1.  
  
On peut multiplier *A* par *B*.  
*A* a autant de colonnes que *B* a de lignes. On obtient donc une matrice de dimension 1 × 1 que l'on note *A* × *B* ou *AB*.  
On procède ainsi : http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/5/402574.gif.  
  
• Exemple 2 :  
  
Soient http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/5/402576.gif. *A* est de dimension 2 × 3 et *B*, 3 × 2.  
  
On peut multiplier *A* par *B*.  
*A* a autant de colonnes que *B* a de lignes. On obtient donc une matrice de dimension 2 × 2.  
  
Posons *P* la matrice produit *AB* et détaillons le calcul de chacun de ses coefficients.  
*pi*,*j* se calcule à l’aide du vecteur ligne de rang *i* de *A* et le vecteur colonne de rang *j* de *B*.  
  
On procède alors comme dans l’exemple 1 :  
  
  
  
Donc : *P* = *AB* = http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/6/402669.gif.  
  
Pour calculer *AB*, on aurait pu placer les matrices comme ci-dessous :



Soit *A* une matrice de dimension *m* × *n*.  
Soit *B* une matrice de dimension *n* × *p*.

La multiplication de la matrice *A* à *n* colonnes, par la matrice *B* à *n* lignes, est la **matrice produit** ***P***, notée ***A*** **×** ***B*** ou plus simplement ***AB***.  
C’est une matrice de dimension *m* × *p* et de coefficient général, défini à l’aide du vecteur ligne de rang *i* de *A* et du vecteur colonne de rang *j* de *B*, est égal à :

http://api.cours.fr/v1/api/corpus/data/mtabswf/opd/402209/img/4/0/2/6/402673.gif.

***Remarques***  
La calculatrice et des logiciels spécifiques pourront vous aider à calculer ces produits, surtout quand les dimensions sont « grandes ».  
Il faut faire très attention aux dimensions.